به‌نام خدا

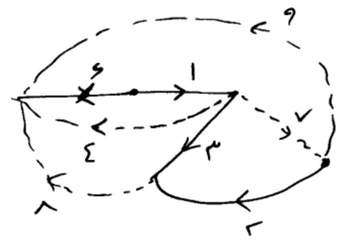
کنکور سراسری کارشناسی ارشد رشته مهندسی برق سال ۱۳۹۳

پاسخ تشریحی درس مدار الکتریکی ۱ و۲ بر اساس دفترچه‌ی A

شماره سوال	مبحث سوال	درجه سختی سوال
۴۳	گراف	آسان
۴۴	مدار مرتبه اول	متوسط رو به سخت
۴۵	مدار مرتبه اول	سخت
۴۶	فرکانس طبیعی	متوسط رو به سخت
۴۷	مدار مرتبه اول	متوسط رو به سخت
۴۸	حالت دائمی سینوسی	متوسط
۴۹	حالت دائمی سینوسی	سخت
۵۰	معادلات حالت	آسان
۵۱	حالت دائمی سینوسی	سخت
۵۲	تابع شبکه و خواص مدار LTI	متوسط رو به سخت
۵۳	فرکانس طبیعی	سخت
۵۴	دوقطبی‌ها	متوسط

(براساس دفترچه A)

۴۳) گزینه ۳ صحیح است. درخت شامل شاخه های ۱ و ۲ و ۳ و ۶ به صورت شکل زیر نشان داده شده.



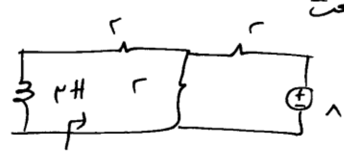
هر حلقه اساسی فقط شامل یک لینک است. لذا دسته شاخه ی ۹ و ۴ و ۷ و ۱۰ که شامل دو لینک ۷ و ۹ هستند نمی توانند یک حلقه اساسی تشکیل دهند.

---

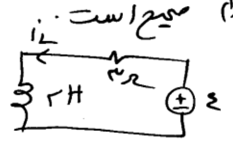
۴۴) گزینه ۳ صحیح است.

متوسط روبه تحت

$0<t<\frac{2}{3}$



$\Rightarrow$



$i_L = \frac{4}{3}(1-e^{-\frac{3t}{4}})u(t) \overset{\text{تونن}}{\Rightarrow} i_L(\frac{2}{3}) = \frac{4}{3}(1-e^{-1})$

$t>\frac{2}{3} \Rightarrow$ کلید وصل $\Rightarrow$

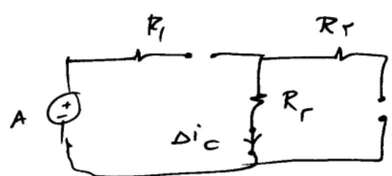
$t>\frac{2}{3} \Rightarrow V_L = 0 \Rightarrow \frac{di_L}{dt} = 0 \Rightarrow i_L =$ ثابت $= i_L(\frac{2}{3}) = \frac{4}{3}(1-e^{-1})$

KCL $\quad \frac{4-0}{3} = i_L + i \Rightarrow i(t) = \frac{4}{3} - \frac{4}{3}(1-e^{-1}) = \frac{4}{3}e^{-1}$

$i_L(1) = \frac{4}{3}e^{-1}$

---

۴۵) گزینه ۳ درست است. خوب؟ V_s به اندازه A تغییر آنی می کند. در مقابل تغییر آنی سلف مدار باز و خازن اتصال کوتاه است. لذا:



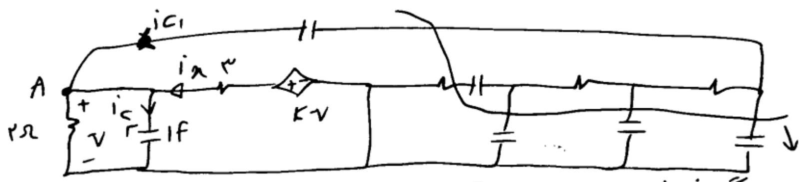
$\Delta V_C = 0$ و $\Delta i_C = \Delta(\frac{dV_C}{dt}) = 0$

پس V_C و مشتق آن در $t=0$ باید ثابت بماند. به ازای $x = t^2u(t)$

$x(0^-) = x(0^+) = 0$ و $\frac{dx}{dt} = 2tu(t) \Rightarrow \frac{dx}{dt}(0^-) = \frac{dx}{dt}(0^+) = 0$ است.

پس فقط V_C شبیه به $t^2u(t)$ در $t=0$ رفتار می کند. است

۴۶) گزینه ۲ صحیح است.



$n_0 = 2$ (فرکانس صفر) $= 1$ (کات ست خازنی) $+ 1$ (گره خازنی)

A

برای این که در A گره‌ی خازنی داشته باشیم، داریم:

$$KCL:\ i_{C_1} = i_{C_2} + \left(\frac{v}{2} - i_x\right) \Rightarrow i_{C_1} = i_{C_2}$$ (گره‌ی خازنی)

ok

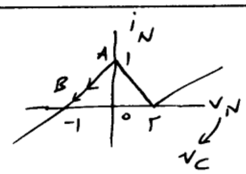
$$\frac{v}{2} - i_x = 0 \Rightarrow i_x = \frac{v}{2} \Rightarrow KVL:\ -kv + 3i_x + v = 0 \Rightarrow i_x = \frac{k-1}{3}v$$

$$\frac{k-1}{3} = \frac{1}{2} \Rightarrow \boxed{k = \frac{5}{2}}$$

متوسط رو به سخت

---

۴۷) گزینه ۲ صحیح است. متوسط رو به سخت



$$KCL\quad i_N + i_C = 0$$

$$i_N + \frac{dv_C}{dt} = 0 \rightarrow \frac{dv_C}{dt} = -i_N$$

نقطه شروع A در $t=0$ است که $v_C(0)=0$ و $i_N(0)=1$ است. به ازای $i_N=1>0$، $\frac{dv_C}{dt}<0$ است. پس v_C شروع به کاهش می‌کند. لذا نقطه کار از A به B حرکت می‌کند.

در حالت ماندگار نقطه کار به $v_C(\infty)=-1$ و $i_N(\infty)=0$ رسیده و خازن مدار باز می‌شود.

پس:

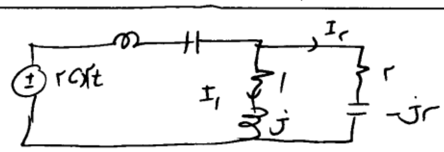
$$B \text{ به } A:\quad i_N = v_N + 1 \Rightarrow v_N + 1 + \frac{dv_C}{dt} = 0 \Rightarrow v_C' + v_C = -1$$

$$v_C = ke^{-t} - 1 \quad \text{و} \quad v_C(0) = k - 1 = 0 \Rightarrow k = 1 \Rightarrow v_C = e^{-t} - 1$$

$$v_C(t_0) = e^{-t_0} - 1 = \frac{v_C(\infty)}{2} = -\frac{1}{2} \Rightarrow e^{-t_0} = \frac{1}{2} \Rightarrow t_0 = \ln(2)$$

---

۴۸) گزینه ۲ صحیح است.



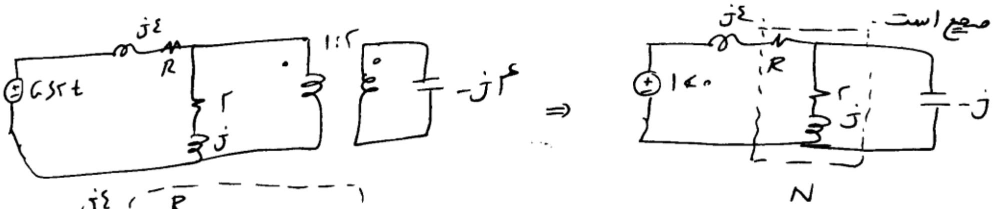
$$(1+j)I_1 = (2-2j)I_2 \Rightarrow |I_1| = 2|I_2|$$

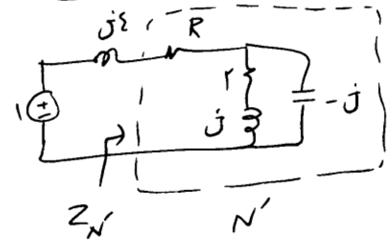
$$P_1 = \frac{1}{2}(1)|I_1|^2,\quad P_2 = \frac{1}{2}(2)|I_2|^2 = \frac{1}{4}|I_1|^2$$

$$\frac{P_1}{P_S} = \frac{P_1}{P_1+P_2} = \frac{1}{1+\frac{P_2}{P_1}} = \frac{1}{1+\frac{1}{2}} = \frac{2}{3}$$

(متوسط)

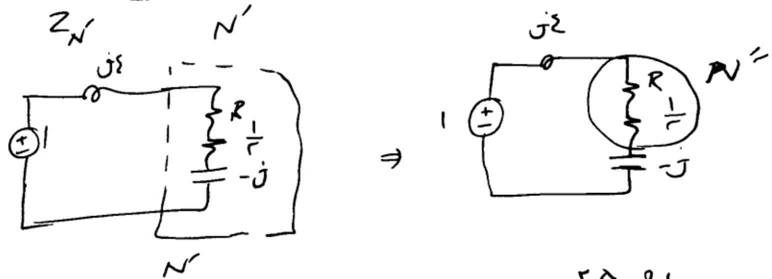
۴۹- گزینه (۲) صحیح است





$P_N = P_{N'}$ و $Z_{N'} = R + (2+j)\|(-j)$

$Z_{N'} = R + \frac{1}{2} - j$

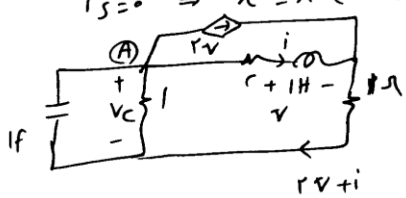


$\Rightarrow P_N = P_{N'}$

$R + \frac{1}{2} = |Z_{th}| = |j4 - j| = 3 \Rightarrow R = 2.5\,\Omega$

۵۰- گزینه (۱)

$i_s = 0 \Rightarrow \dot{x} = Ax \Rightarrow v = i'$ و KCL^{A}: $2v + i + \frac{v_C}{1} + v_C' = 0$



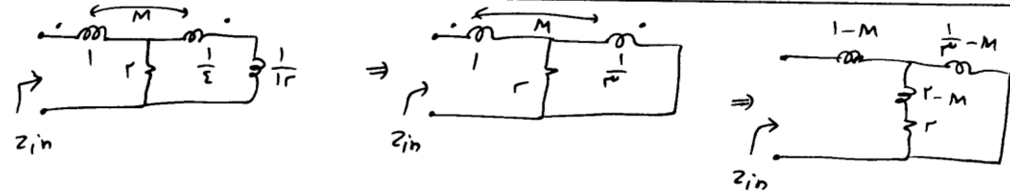
$v_C' + 2i' = -v_C - i$

KVL: $v_C = 2i + v + 1(2v + i) \Rightarrow i' = -i + \frac{v_C}{3}$

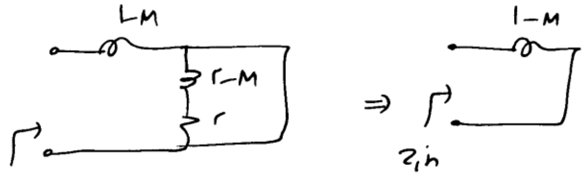
$v_C' + 2\left(-i + \frac{v_C}{3}\right) = -v_C - i \Rightarrow v_C' = i - \frac{5}{3}v_C \Rightarrow \dot{x} = \begin{bmatrix} i' \\ v_C' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & \frac{1}{3} \\ 1 & -\frac{5}{3} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} i \\ v_C \end{bmatrix}$

(آسان)

۵۱- گزینه (۲)



اگر $\frac{1}{3} - M = 0$ شود سلف سمت راست اتصال کوتاه می‌شود. لذا از دید ورودی داریم:



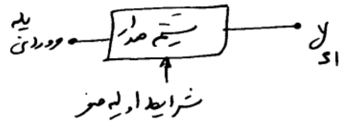
$Z_{in} = (1-M)s$

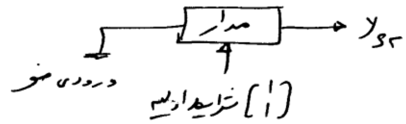
$\frac{1}{3} - M = 0 \Rightarrow M = \frac{1}{3}H \Rightarrow Z_{in} = \frac{2}{3}s$

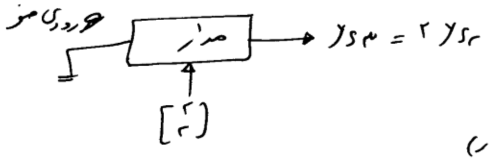
سلف خالص

(سخت)

۵) گزینه (۲) متوسط روبه‌رو کمک







به ازای ورودی پله و شرایط اولیه $\begin{bmatrix}1\\1\end{bmatrix}$ داریم: (جمع آثار)

$$y_1(t) = y_{s1} + y_{s2}$$

به ازای ورودی پله و شرایط اولیه $\begin{bmatrix}2\\2\end{bmatrix}$ داریم:

$$y_2(t) = y_{s1} + y_{s3} = y_{s1} + 2y_{s2} \Rightarrow y_{s1} = 2y_1 - y_2$$

$$y_{s1} = 2y_1 - y_2 = 2\left(\frac{1}{2}(1-e^{-t}+2e^{-2t})\right) - \left(\frac{1}{2}(1-2e^{-t}+3e^{-2t})\right) = \left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}e^{-2t}\right)u(t)$$

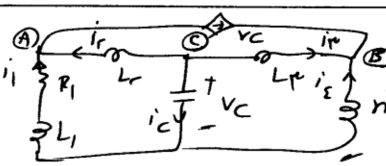
$y_{s1} = s(t)$ پاسخ پله $\Rightarrow \underbrace{h(t)}_{\text{پاسخ ضربه}} = \frac{ds}{dt} = -e^{-2t}u(t) + \left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}e^{-2t}\right)\delta(t)$

$$h(t) = -e^{-2t}u(t) + \delta(t)$$

---

۶) گزینه (۱) سخت

$i = v_C \Rightarrow$

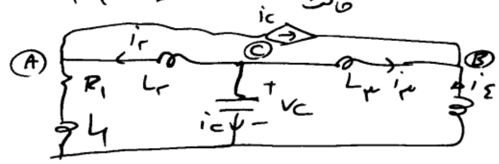


KCL^A: $i_1 + i_2 = v_C$ وابستگی حالت

KCL^B: $i_3 + i_4 + v_C = 0$ وابستگی حالت

$n_1 = 4$ سلف $+ 1$ خازن $- 2$ (وابستگی حالت) $= 3$

$i = i_C$



KCL^A: $i_1 + i_2 = i_C$

KCL^B: $i_3 + i_4 = i_C$

KCL^C: $i_C = -i_2 - i_3$

$i_C = i_1 + i_2 = i_3 + i_4$ وابستگی حالت

$i_C = i_1 + i_2 = -i_2 - i_3$ وابستگی حالت

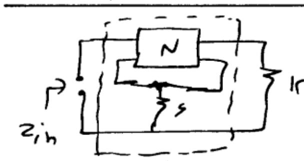
$\Rightarrow n_2 = 4$ سلف $+ 1$ خازن $- 2$ وابستگی حالت $= 3$

$n_1 = n_2 \Rightarrow$ درجه تغییر نمی‌کند.

سخت

---

۷) گزینه (۴) متوسط



$$Z_N' = Z_N + \begin{bmatrix}6 & 6\\ 6 & 6\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}4s+6 & 3s+6\\ 3s+6 & 9s+6\end{bmatrix}$$

$$Z_{in} = Z_{11} - \frac{Z_{12}Z_{21}}{Z_{22}+12} = 4s+6 - \frac{(3s+6)^2}{9s+18} = 4s+6-(s+2) = 3s+4$$

$$Z_{in}(j2) = 4 + j6$$

(موفق باشید)

موفق باشید. رضا کهن - بهمن ۹۲