



316F



316

F

نام

نام خانوادگی

محل امضاء

صبح جمعه  
۹۱/۱۲/۱۸  
دفترچه شماره ۱

جمهوری اسلامی ایران  
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری  
سازمان سنجش آموزش کشور

اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.  
امام خمینی (ره)

## آزمون ورودی دوره‌های دکتری (نیمه متمرکز) داخل در سال ۱۳۹۲

### رشته‌ی مهندسی برق - مخابرات (سیستم) (کد ۲۳۰۳)

تعداد سؤال: ۴۵

مدت پاسخگویی: ۱۵۰ دقیقه

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شماره سؤالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
۱	مجموعه دروس تخصصی (تحلیل سیستم‌ها، مخابرات پیشرفته، فرآیندهای تصادفی)	۴۵	۱	۴۵

**اسفندماه سال ۱۳۹۱**

این آزمون نمره منفی دارد.  
استفاده از ماشین حساب مجاز نمی‌باشد.

حق چاپ و تکثیر سؤالات پس از برگزاری آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می‌باشد و با سخاوت برابر مقررات رفتار می‌شود.

۱ کدام یک از گزینه‌های زیر می‌تواند تبدیل  $Z$  یک سیستم LTI با پاسخ ضربه  $h[n]$  باشد که  $h[n]$  علی و زوج است؟

$$H(Z) = \frac{Z}{(Z-b)(Z-\frac{1}{b})} \quad (۲) \qquad H(Z) = \frac{Z}{(Z-b)(Z+b)} \quad (۱)$$

$$H(Z) = \frac{(Z-b)(Z-\frac{1}{b})}{Z} \quad (۴) \qquad H(Z) = \frac{(Z-b)(Z+b)}{Z} \quad (۳)$$

۲- سیگنال  $x[n]$  یک سیگنال مطلقاً جمع‌پذیر است. در مورد تبدیل  $Z$  سیگنال  $y[n]$  که به صورت زیر تعریف می‌شود چه

$$y[n] = x^2[n]u[n] \quad \text{می‌توان گفت؟}$$

- (۱) هیچ قطبی خارج دایره واحد ندارد. (۲) هیچ قطبی داخل دایره واحد ندارد.  
 (۳) برای نتیجه‌گیری نیاز به اطلاعات بیشتر است. (۴) حداقل یک قطب خارج دایره واحد دارد.

۳- ناحیه همگرایی تبدیل لاپلاس سیگنال نمونه‌برداری شده زیر، کدام است؟

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{-nT} \delta(t-nT), \quad T > 0$$

$$\operatorname{Re}\{s\} < -1 \quad (۱) \qquad \operatorname{Re}\{s\} > -1 \quad (۲)$$

$$\operatorname{Re}\{s\} > -T \quad (۳) \qquad -1 < \operatorname{Re}\{s\} < 1 \quad (۴)$$

۴- یک سیستم خطی نامتغیر با زمان علی و پایدار با پاسخ ضربه  $h(t)$  را در نظر بگیرید. تابع تبدیل این سیستم و ناحیه همگرایی آن با کمک اطلاعات زیر، کدام گزینه خواهد بود؟

$$s(\infty) = \frac{1}{3} \quad \text{پاسخ ماندگار سیستم به ورودی پله}$$

- پاسخ سیستم به ورودی  $e^t u(t)$  یک سیگنال مطلقاً انتگرال‌پذیر است.

$$\text{سیگنال } \frac{d^2 h(t)}{dt^2} + 5 \frac{dh(t)}{dt} + 6h(t) \quad \text{محدود است.}$$

-  $h(t)$  دقیقاً یک صفر در بی‌نهایت دارد.

$$H(s) = 2 \frac{s-1}{(s+2)(s+3)}, \quad \operatorname{Re}\{s\} > 2 \quad (۲) \qquad H(s) = -2 \frac{s+1}{(s+2)(s+3)}, \quad \operatorname{Re}\{s\} > -2 \quad (۱)$$

$$H(s) = 2 \frac{(s+1)(s-1)}{(s+2)(s+3)}, \quad \operatorname{Re}\{s\} > 2 \quad (۴) \qquad H(s) = -2 \frac{s-1}{(s+2)(s+3)}, \quad \operatorname{Re}\{s\} > -2 \quad (۳)$$

۵- در یک سیستم زمان گسسته، رابطه ورودی - خروجی به صورت  $y[n] = x[\frac{n}{3}]$  است؛ که در آن  $u$  به منزله بزرگ‌ترین عدد

صحیح کوچک‌تر یا برابر  $u$  می‌باشد. در این صورت  $Y(e^{j\omega})$  کدام است؟

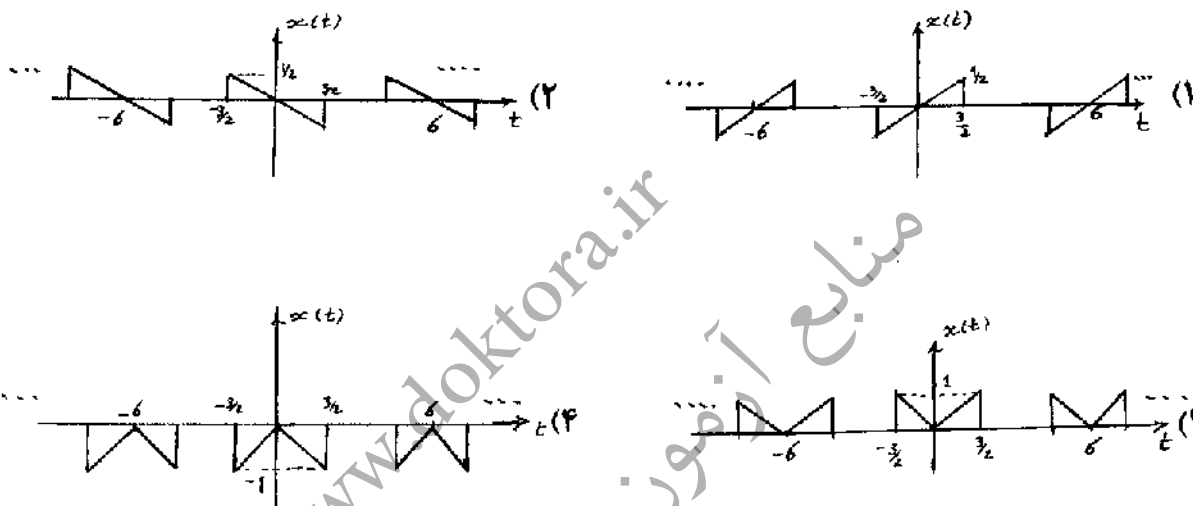
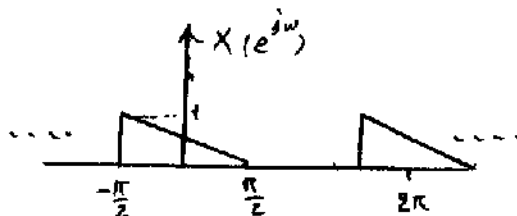
$$(1+e^{j3\omega})X(e^{j\omega}) \quad (۲) \qquad X(e^{j3\omega}) \quad (۱)$$

$$(1+e^{-j\omega}+e^{-j2\omega})X(e^{j3\omega}) \quad (۴) \qquad (1+e^{-j3\omega})X(e^{j3\omega}) \quad (۳)$$

۶- تبدیل فوریۀ سیگنال گسسته زمان  $x[n]$  در شکل روبه‌رو، رسم شده است. شکل سیگنال پیوسته زمان:

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x_c[n] e^{j\frac{\pi}{T}nt}$$

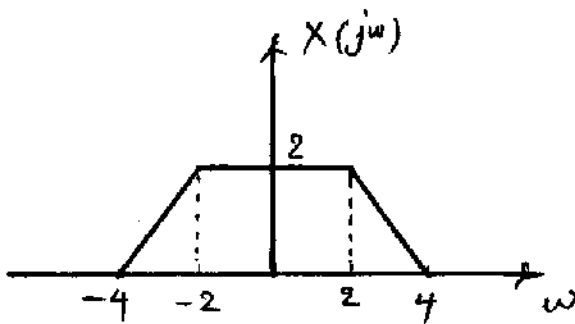
به چه صورت است؟ (منظور از  $x_c[n]$  قسمت فرد سیگنال  $x[n]$  است.)



۷- سیگنال  $x(t)$  با تبدیل فوریۀ  $x(t)$  به شکل روبه‌رو مفروض است. مقدار انتگرال:

$$I = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sin(t)}{t} \cdot e^{j\pi t} x(t) dt$$

چقدر است؟



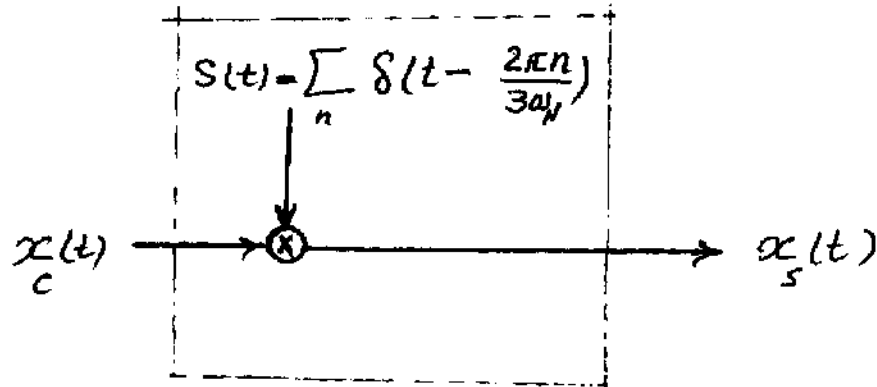
$I = \pi$  (۲)

$I = 2$  (۱)

$I = 2/5$  (۴)

$I = 1/5 \pi$  (۳)

۸- در مورد وارون پذیری سیستم روبه‌رو، برای ورودی‌های با باند محدود  $|X_c(j\omega)| = 0, |\omega| > \omega_N$  چه می‌توان گفت؟



- (۱) این سیستم وارون پذیر نیست.
- (۲) این سیستم وارون پذیر است، و وارون LTI دارد.
- (۳) این سیستم وارون پذیر است، اما هیچ وارون LTI ندارد، زیرا خود آن LTI نیست.
- (۴) اطلاعات مسئله برای پاسخ به سؤال وارون پذیری، کافی نیست.

۹- سیگنال  $x(t) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} e^{j\frac{2\pi}{T}m} \delta(t - 2m)$  را در نظر بگیرید. ضرایب سری فوریه این سیگنال به چه صورت است؟

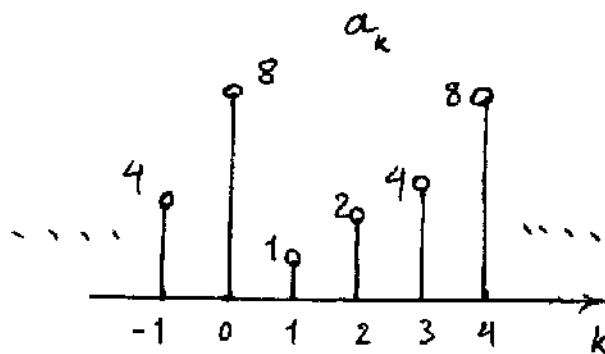
(۱)  $\frac{1}{6} [1 + 2 \cos \frac{2k\pi}{3}]$

(۲)  $\frac{1}{3} [1 + 2 \cos \frac{2k\pi}{3}]$

(۳)  $\frac{1}{6} [1 + 2 \cos(\frac{2\pi}{3}(k-1))]$

(۴)  $\frac{1}{3} [1 + 2 \cos(\frac{2\pi}{3}(k-1))]$

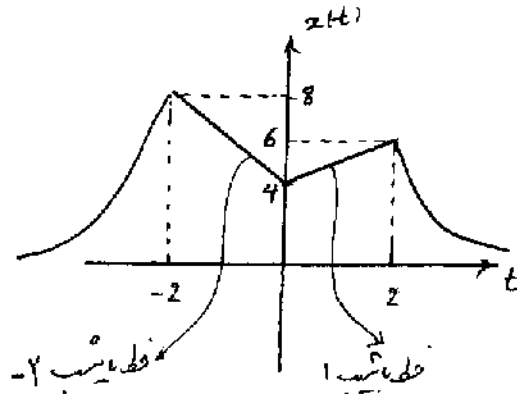
۱۰- اگر سیگنال  $x[n]$  با دوره تناوب ۴، دارای ضرایب سری فوریه  $a_k$  باشد؛ که در شکل زیر نشان داده شده است، و سیگنال  $y[n] = (x[n])^2$  دارای ضرایب سری فوریه  $b_k$  باشد، کدام است؟



- (۱) ۱
- (۲) ۲۲
- (۳) ۵۰
- (۴) ۷۶

۱۱- برای سیگنال  $x(t)$  شکل زیر، و با تبدیل فوریه  $X(j\omega)$ ، مقدار عبارت زیر کدام است؟

$$A = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} X(j\omega) \cos(k\omega) d\omega$$



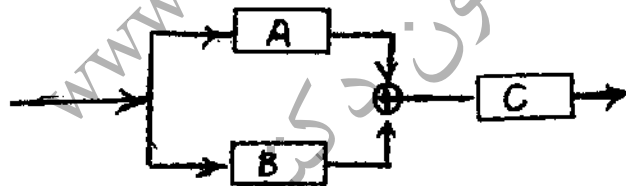
۲۲π (۲)

۲۱π (۱)

۲۴π (۴)

۲۳π (۳)

۱۲- سیستم پیوسته D از ترکیب سه سیستم پیوسته A و B و C به صورت نشان داده شده در زیر، ساخته شده است، کدامیک از گزینه‌های زیر نادرست است؟



(۱) اگر هر سه سیستم A و B و C علی باشند، آنگاه سیستم D هم علی خواهد بود.

(۲) اگر هر سه سیستم A و B و C خطی باشند، آنگاه سیستم D هم خطی خواهد بود.

(۳) اگر هر سه سیستم A و B و C پایدار باشند، آنگاه سیستم D هم پایدار خواهد بود.

(۴) اگر هر سه سیستم A و B و C حافظه‌دار باشند، آنگاه سیستم D هم حافظه‌دار خواهد بود.

۱۳- اگر پاسخ ضربه وارون سیستم  $y(n) = x(n) - \frac{1}{3}x(n-3)$  را  $h_1(n)$  و پاسخ ضربه وارون سیستم

$y(n) = x(n) - \frac{1}{4}x(n-4)$  را  $h_2(n)$  بنامیم، آنگاه در مورد سیگنال  $h_3(n) = h_1(n) * h_2(n)$  گزینه صحیح کدام

است؟

$h_3[2] \neq 0$  (۲)

$h_3[0] = 0$  (۱)

$h_3[4] \neq 0$  (۴)

$h_3[3] = 0$  (۳)

۱۴- در یک سیستم LTI، اگر ورودی  $x[n] = \alpha^n u[n]$  به سیستم داده شود، خروجی  $y[n] = \beta^n u[n] + \gamma^n u[n]$  خواهد بود. پاسخ ضریب این سیستم کدام است؟

$$h[n] = \gamma + \beta^{n-1}(\beta - \alpha)u[n-1] + \gamma^{n-1}(\gamma - \alpha)u[n-1] \quad (۱)$$

$$h[n] = \beta^{n-1}(\beta - \alpha)u[n-1] + \gamma^{n-1}(\gamma - \alpha)u[n-1] \quad (۲)$$

$$h[n] = \beta^{n-1}(\beta - \alpha)u[n] + \gamma^{n-1}(\gamma - \alpha)u[n] \quad (۳)$$

$$h[n] = \gamma + \beta^{n-1}(\beta - \alpha)u[n] + \gamma^{n-1}(\gamma - \alpha)u[n] \quad (۴)$$

۱۵- کدام گزینه در مورد سیستم‌های زیر نادرست می‌باشد؟

$$S1: y[n] = x[n^2]$$

$$S2: y[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k] \delta[n - 3k]$$

(۱) هر دو سیستم خطی اند. (۲) هر دو سیستم پایدار هستند.

(۳) هر دو سیستم معکوس ناپذیر هستند. (۴) هر دو سیستم تغییرپذیر با زمان هستند.

۱۶- برای ارسال دو پیام متساوی الاحتمال توسط کانال AWGN، با نویز سفید نرمال با متوسط صفر و واریانس  $\sigma^2$  از دو سیگنال زیر استفاده می‌شود:

$$S_1(t) = \begin{cases} 1 & 0 \leq t \leq 1 \\ 0 & \text{در غیر این صورت} \end{cases}, \quad S_2(t) = \begin{cases} \cos \pi t & 0 \leq t \leq 1 \\ 0 & \text{در غیر این صورت} \end{cases}$$

احتمال خطای سیگنال دهی مذکور کدام است؟  $(Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^{\infty} e^{-\frac{u^2}{2}} du)$

$$Q(\sqrt{5}) \quad (۲) \quad Q\left(\sqrt{\frac{5}{2}}\right) \quad (۱)$$

$$Q\left(\sqrt{\frac{5}{8}}\right) \quad (۴) \quad Q\left(\sqrt{\frac{5}{4}}\right) \quad (۳)$$

مجموعه دروس تخصصی (تحلیل سیستم‌ها، مخابرات پیشرفته، فرآیندهای تصادفی) 316F صفحه ۷

۱۷- اگر برای ارسال اطلاعات از کانال AWGN از مدولاسیون PSK-۳۲ استفاده شود، حداقل تعداد فیلترهای منطبق (Matched Filter) در گیرنده بهینه، کدام است؟

- (۱) ۲  
(۲) ۸  
(۳) ۱۶  
(۴) ۳۲

۱۸- می‌خواهیم از طریق کانال باند پایه با سیگنالینگ Raised Cosine (RC) با ضریب فروافتادگی (Rolling Factor)  $\beta = 0.4$  داده‌ای را با نرخ  $\frac{kb}{s}$ ، با استفاده از سیگنال دهی ۱۲۸ سطحی انتقال دهیم. پهنای باند انتقال مورد نیاز چند هرتز است؟

- (۱) ۴۰۰  
(۲) ۸۰۰  
(۳) ۱۶۰۰  
(۴) ۲۴۰۰

۱۹- به شرط تساوی احتمال‌ها، استقلال سمبل‌ها و کانال AWGN، احتمال خطا در سیگنالینگ M-PSK تایی در گیرنده بهینه همفاز برابر  $2Q\left(\sqrt{\frac{2E}{N_0}} \sin \frac{\pi}{M}\right)$  در نظر گرفته می‌شود.  $Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^\infty e^{-\frac{u^2}{2}} du$  احتمال خطا در آشکارساز دامنه برابر کدام است؟

- (۱)  $Q\left(\sqrt{\frac{E}{2N_0}} \sin \frac{\pi}{M}\right)$   
(۲)  $Q^2\left(\sqrt{\frac{2E}{N_0}} \sin \frac{\pi}{M}\right)$   
(۳)  $\frac{M-2}{2M}$   
(۴)  $\frac{M-1}{M}$

۲۰- گزینه نادرست کدام است؟

(۱) در یک کانالی با پاسخ ضربه نرمال  $p(t)$ ، شرط لازم و کافی برای ارسال بدون ISI آن است که  $\sum_n |P(f + \frac{n}{T})|^2 = 1$  باشد.

(۲) جهش فاز در مدولاسیون QPSK به صورت  $\pm 90^\circ$  یا  $\pm 180^\circ$  است؛ در حالی که جهش فاز در مدولاسیون OQPSK به صورت  $\pm 90^\circ$  است.

(۳) سیگنال MSK حالت خاصی از مدولاسیون CPM است؛ که در آن شاخص  $h = \frac{1}{4}$  می‌باشد.

(۴) معادل باند پایه سیگنال  $\cos \pi t \sin 2\pi f_c t$ ،  $\sqrt{2} \cos \pi t$  برابر است.

۲۱- می‌خواهیم اطلاعات یک منبع را با روش PAM-۱۶ از کانالی با پاسخ فرکانس  

$$H_c(f) = \begin{cases} 1 & |f| < 6000 \text{ Hz} \\ 0 & \text{سایر نقاط} \end{cases}$$
 عبور دهیم. حداکثر نرخ ارسالی بر حسب بیت بر ثانیه برای عدم بروز ISI، کدام است:

(۱) ۶۰۰۰

(۲) ۱۲۰۰۰

(۳) ۲۴۰۰۰

(۴) ۴۸۰۰۰

۲۲- معادل باند پایه یک سیگنال PAM به صورت  $u(t) = \sum_n I_n g(t - nT)$  می‌باشد. فرض کنید  $g(t)$  پالس مستطیلی و

$I_n = a_n + a_{n-2}$  که  $a_n$  یک دنباله از متغیرهای تصادفی غیر هم‌بسته و هم احتمال با دو مقدار  $\{0, 2\}$  باشند. اگر در

$v(t) = \sum_k I_k P(t - kT)$  چگالی طیف توان  $\Phi_v(f) = \frac{|f\{P(t)\}|^2}{T} f\{R_1[m]\}$  باشد، چگالی طیف توان  $u(t)$

برای  $g(t) = \begin{cases} A & 0 < t < T \\ 0 & \text{سایر نقاط} \end{cases}$  برابر کدام است؟ ( $f(\dots)$  به معنی عملگر تبدیل فوریه می‌باشد.)

(۱)  $4A^2 T \left(\frac{\sin \pi f T}{\pi f T}\right)^2 (\cos^2(\pi f T))$

(۲)  $4A^2 T \left(\frac{\sin \pi f T}{\pi f T}\right)^2 \left[ \sin^2(\pi f T) + \frac{1}{T} \sum_k \delta(f - \frac{k}{T}) \right]$

(۳)  $4A^2 T \left(\frac{\sin \pi f T}{\pi f T}\right)^2 \left[ \cos^2(\pi f T) + \frac{1}{T} \sum_k \delta(f - \frac{k}{T}) \right]$

(۴)  $4A^2 T \left(\frac{\sin \pi f T}{\pi f T}\right)^2 [\sin^2(\pi f T) + \delta(f)]$



مجموعه دروس تخصصی (تحلیل سیستم‌ها، مخابرات پیشرفته، فرآیندهای تصادفی) 316F صفحه ۹

۲۳- رابطه احتمال خطای سمبول یک سیستم مخابراتی که از چهار شکل موج زیر برای ارسال سمبول‌هایی هم احتمال از یک

$$Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^{\infty} e^{-\frac{u^2}{2}} du \quad \frac{N_0}{4} \text{ استفاده می‌کند، کدام است؟}$$

کانال مخابراتی AWGN با چگالی طیف توان

$$S_1(t) = \begin{cases} \sqrt{E} \cos \pi t, & 0 < t < 1 \\ 0, & \text{سایر نقاط} \end{cases}, S_2(t) = -S_1(t), S_3(t) = \begin{cases} \sqrt{E} \sin \pi t, & 0 < t < 1 \\ 0, & \text{سایر نقاط} \end{cases}, S_4(t) = -S_3(t)$$

$$\frac{1}{2} [1 - (1 - Q(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}}))^2] \quad (1) \quad 2Q(\sqrt{\frac{E}{N_0}}) - Q^2(\sqrt{\frac{E}{N_0}}) \quad (2)$$

$$\frac{1}{2} [1 - (1 - Q(\sqrt{\frac{E}{N_0}}))^2] \quad (3) \quad 2Q(\sqrt{\frac{E_b}{N_0}}) - Q^2(\sqrt{\frac{E_b}{N_0}}) \quad (4)$$

۲۴- یک سیستم مخابرات باینری، نا هم قطب، اطلاعات یکسان را روی دو کانال ارسال می‌کند، به طوری که سیگنال‌های دریافتی برابرند با:

$$r_1 = \pm \sqrt{E_b} + n_1$$

$$r_2 = \pm \sqrt{E_b} + n_2$$

که در آن  $n_1$  و  $n_2$  متغیرهای گوسی با میانگین صفر بوده و  $E(n_1) = E(n_2) = \sigma^2$  و  $E(n_1 n_2) = \rho \sigma^2$  می‌باشند. اگر آشکار ساز، تصمیم‌گیری را بر مبنای  $r = r_1 + K r_2$  انجام دهد و  $K$  به صورت بهینه انتخاب شود احتمال خطای کمینه کدام است؟

$$P_e = Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{\sigma^2(1+\rho)}}\right) \quad (1)$$

$$P_e = Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{\sigma^2}(1-\rho)}\right) \quad (2)$$

$$P_e = Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{\sigma^2}(1-|\rho|^2)}\right) \quad (3)$$

$$P_e = Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{\sigma^2}(1-\rho)}\right) \quad (4)$$

۲۵- در صورت استفاده از آشکارساز همدوس برای مدولاسیون FSK باینری در کانال AWGN، مقدار بهینه  $\Delta f$  که احتمال خطا را کمینه می‌کند، کدام است؟

$$\frac{1}{2T} \quad (1)$$

$$\frac{0.7151}{T} \quad (2)$$

$$\frac{2}{3T} \quad (3)$$

$$\frac{1}{T} \quad (4)$$

مجموعه دروس تخصصی (تحلیل سیستم‌ها، مخابرات پیشرفته، فرآیندهای تصادفی) 316F صفحه ۱۰

۲۶- در یک کانال محوشدگی تخت و نویز گوسی جمعی سفید (با چگالی طیف توان  $\frac{N_c}{4}$ )، از دایورسیتی زمانی استفاده می‌شود. بدین ترتیب سیگنال  $S_m(t)$ ، متناظر با سمبل  $m$ ، مرتبه به طور ناهمپوشان ارسال می‌گردد:

$$r_k(t) = a_k S_m(t - kT) + n_k(t) \quad , \quad k = 1, 2, \dots, L$$

با فرض  $E_m = \int_{-\infty}^{\infty} S_m^2(t) dt = E$  و احتمال خطای  $P_e = f(a_k^2 E / N_c)$  با فرض  $L = 1$  در گیرنده مورد استفاده، احتمال خطا در گیرنده متناظر برای  $L > 1$  کدام است؟

$$f\left[\sum_{k=1}^L a_k^2 E / N_c\right] \quad (۲) \qquad f\left[\left(\sum_{k=1}^L a_k\right)^2 E / N_c\right] \quad (۱)$$

$$f\left[\left(\sum_{k=1}^L a_k\right)^2 E / LN_c\right] \quad (۴) \qquad f\left(\sum_{k=1}^L a_k^2 E / LN_c\right) \quad (۳)$$

۲۷- کانال انتقال سمبل‌های مستقل و متناسوی احتمال یک منبع دیجیتال  $M$  تایی دارای نویز گوسی جمعی رنگی با قابلیت سفید شوندگی توسط یک فیلتر LTI و علی است. اگر دوره سمبل را  $T_s$  و مدولاسیون را فاقد حافظه در نظر بگیریم، بازه مشاهده لازم درگیرنده بهینه برای سمبل ارسال شده در فاصله  $(k-1)T_s \leq t < kT_s$  برابر کدام است؟

$$[(k-1)T_s, \infty) \quad (۱) \qquad [(k-1)T_s, kT_s) \quad (۱)$$

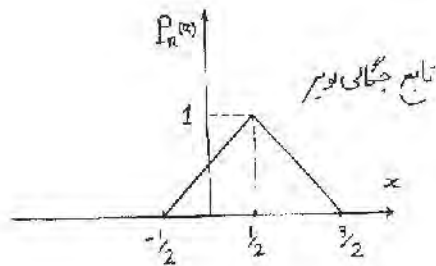
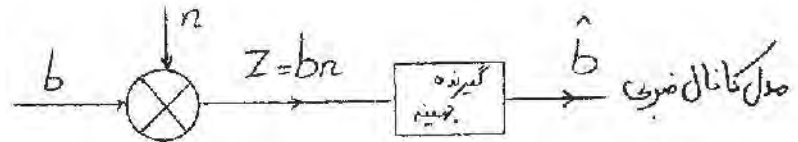
$$(-\infty, kT_s) \quad (۲) \qquad (-\infty, \infty) \quad (۳)$$

۲۸- در یک سیستم ASK سه تایی با سمبل‌های مستقل  $F, E, G$  و  $(\frac{1}{4}, \frac{1}{4}, \frac{1}{4})$  از دامنه‌های حامل  $A$  و  $0$ ،  $-A$  استفاده می‌شود. اگر کانال AWGN با چگالی طیف توان  $\frac{N_c}{4}$  باشد، اندازه آستانه‌های تصمیم‌گیری درگیرنده بهینه، کدام است؟

$$\frac{A}{2} \quad (۲) \qquad \frac{A^2 + N_c}{2A} \quad (۱)$$

$$\frac{A^2 + N_c \ln 2}{2A} \quad (۴) \qquad \frac{A^2 + \ln 2}{2A} \quad (۳)$$

۲۹- یک کانال با مدل ضربی مطابق شکل زیر را در نظر بگیرید. فرض کنید  $h$  یک متغیر تصادفی باینری با  $P\{b=1\} = P\{b=-1\} = \frac{1}{4}$  و متغیر تصادفی  $Z$  مشاهده نویزی  $b$  باشد به طوری که  $z = bn$  و  $n$  مستقل از  $b$  با تابع چگالی زیر باشد. احتمال خطای گیرنده بهینه کدام است؟



$$\begin{aligned} \frac{1}{8} & \quad (1) \\ \frac{1}{4} & \quad (2) \end{aligned}$$

۳۰- فرض کنید یک دنباله سمبل باینری با شکل موج‌های  $S_1(t) = \sqrt{\frac{E_b}{T}}$  ,  $S_2(t) = -S_1(t)$  ارسال می‌گردند و آشکارسازی با فرض کانال AWGN و سمبل‌های هم احتمال طراحی شده و مورد استفاده قرار می‌گیرد. حال اگر پاسخ ضربه کانال  $h(t) = \delta(t) + \alpha\delta(t-T)$  باشد و  $\alpha$  با احتمال مساوی مقادیر  $\{0, 1\}$  را بپذیرد، احتمال خطای گیرنده بهینه مبتنی بر نمونه بردار و مقایسه کننده برابر کدام است؟ (نرخ ارسال  $R_b = \frac{1}{T}$  و گیرنده قادر به تخمین دقیق  $\alpha$  است.)

$$P_e = \frac{1}{4}Q\left(\sqrt{\frac{4E_b}{N_0}}\right) + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}Q\left(\sqrt{\frac{4E_b}{N_0}}\right) \quad (1)$$

$$P_e = \frac{1}{4}Q\left(\sqrt{\frac{4E_b}{N_0}}\right) + \frac{1}{4}Q\left(\sqrt{\frac{4E_b}{N_0}}\right) \quad (2)$$

$$P_e = \frac{1}{4}Q\left(\sqrt{\frac{4E_b}{N_0}}\right) + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}Q\left(\sqrt{\frac{4E_b}{N_0}}\right) \quad (3)$$

$$P_e = \frac{1}{4}Q\left(\sqrt{\frac{4E_b}{N_0}}\right) + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}Q\left(\sqrt{\frac{4E_b}{N_0}}\right) \quad (4)$$

۳۱- متغیر تصادفی  $X$  با تابع چگالی احتمال Cauchy با پارامتر  $\alpha$  یعنی  $f_X(x) = \frac{\alpha}{\alpha^2 + x^2}$  را در نظر بگیرید. اگر  $Y = \frac{1}{X}$  باشد، تابع چگالی احتمال  $Y$  عبارت است از:

$$(۱) \text{ نرمال با واریانس } \alpha^2 \quad (۲) \text{ Cauchy با پارامتر } \alpha$$

$$(۳) \text{ Cauchy با پارامتر } \frac{1}{\alpha} \quad (۴) \text{ نرمال با واریانس } \frac{1}{\alpha^2}$$

۳۲- فرض کنید  $\omega$  به طور تصادفی یکی از مقادیر موجود در بازه  $S = [0, 1]$  را اختیار کند. احتمال اینکه  $\omega$  در هر زیر بازه از  $S$  قرار گیرد، با طول آن زیربازه برابر است (مثلاً  $P\left\{0 < \omega \leq \frac{1}{4}\right\} = \frac{1}{4}$ ). دنباله تصادفی  $Z_n(\omega) = e^{-n(n\omega-1)}$  را در نظر

بگیرید. کدام عبارت زیر نادرست است؟

$$(۱) Z_n(\omega) \text{ در همه جا همگرا نمی‌شود.} \quad (۲) Z_n(\omega) \text{ تقریباً در همه جا همگرا نمی‌شود.}$$

$$(۳) Z_n(\omega) \text{ از نظر متوسط مربع همگرا نمی‌شود.} \quad (۴) Z_n(\omega) \text{ از نظر توزیع همگرا می‌شود.}$$

۳۳- متغیرهای تصادفی  $X$  و  $Y$  مشترک نرمال با میانگین صفر و انحراف معیار به ترتیب  $\sigma_x$  و  $\sigma_y$  هستند. کدام یک از عبارات زیر درست است؟

(۱) در تخمین MSE خطی متغیر تصادفی  $Y$  بر حسب  $X$  متوسط مربع خطای تخمین، به  $\sigma_x^2$  بستگی ندارد.

(۲) تخمین MSE خطی و غیر خطی متغیر تصادفی  $Y$  بر حسب  $X$  یکی هستند، اگر و فقط اگر دو متغیر مستقل باشند.

(۳) در تخمین MSE متغیر تصادفی  $Y$  بر حسب  $X$  اگر دو متغیر مستقل باشند، متوسط مربع خطای تخمین برابر با  $\sigma_y^2$  است.

(۴) در تخمین MSE متغیر تصادفی  $Y$  بر حسب  $X$  اگر دو متغیر مستقل باشند، برای محاسبه متوسط مربع خطای تخمین ضریب همبستگی مورد نیاز است.

۳۴- فرض کنید متغیرهای تصادفی  $X_1, X_2, \dots, X_n$  مستقل و هم توزیع باشند؛ به طوری که  $f_{X_i}(x) = \alpha e^{-\alpha x} U(x)$  که در آن  $U(x)$  تابع پله واحد است. اگر  $Y = \min\{X_1, X_2, \dots, X_n\}$  و  $z(t) = \delta(t - Y)$  باشد، آنگاه  $E\{z(t)\}$  کدام است؟

$$(۱) \alpha e^{-\alpha t} U(t) \quad (۲) n \alpha e^{-n \alpha t} U(t)$$

$$(۳) \left(\frac{\alpha}{n}\right) e^{-\left(\frac{\alpha}{n}\right)t} U(t) \quad (۴) \left(\frac{\alpha}{n}\right) e^{-\left(\frac{\alpha}{n}\right)t}$$

۳۵- فرآیند تصادفی  $Y(t)$  به صورت  $Y(t) = (1+t^2)X$  تعریف می‌شود که در آن  $X$  یک متغیر تصادفی پیوسته با تابع چگالی احتمال  $f_X(x)$  است. تابع چگالی احتمال توأم دو متغیر تصادفی  $Y_1 = Y(0)$  و  $Y_2 = Y(1)$  (یعنی  $(f_{Y_1, Y_2}(y_1, y_2))$ ) کدام است؟

$$(۱) 2f_X(y_1)f_X(2y_2) \quad (۲) \frac{1}{2}f_X(y_1)f_X\left(\frac{y_2}{2}\right)$$

$$(۳) 2f_X(y_1)\delta(2y_2 - y_1) \quad (۴) \frac{1}{2}f_X(y_1)\delta\left(\frac{y_2}{2} - y_1\right)$$

مجموعه دروس تخصصی (تحلیل سیستم‌ها، مخبرات پیشرفته، فرآیندهای تصادفی) 316F صفحه ۱۳

۳۶- فرآیند تصادفی  $Z(t) = X(t)e^{jY(t)}$  را که در آن  $X(t)$  و  $Y(t)$  دو فرآیند تصادفی حقیقی توأم‌آ نرمال و توأم‌آ ایستاد هستند، در نظر بگیرید. اگر  $R_X(\tau) = R_Y(\tau)$ ،  $R_{XY}(\tau) = 0$  و  $E\{Y(t)\} = E\{X(t)\} = 0$  باشد، در این صورت  $E\{Z(t+\tau)Z^*(t)\}$  برابر کدام است؟

$$R_X(\tau) e^{\frac{R_X(\tau)}{R_X(0)}} \quad (۲) \quad R_X^*(\tau) \quad (۱)$$

$$R_X(\tau) e^{R_X(0)+R_X(\tau)} \quad (۴) \quad R_X(\tau) e^{R_X(\tau)-R_X(0)} \quad (۳)$$

۳۷-  $X(t)$  فرآیندی حقیقی و WSS با تابع خودهمبستگی  $R_X(\tau)$  می‌باشد. اگر بدانیم  $R_X(0) = R_X(2) = 1$  و  $R_X(1) = 0.5$  است، در این صورت مقدار  $2R_X(6) - R_X(-2) - 2R_X(3)$  برابر کدام است؟

$$1 \quad (۲) \quad 0.5 \quad (۱)$$

$$2 \quad (۴) \quad 1.5 \quad (۳)$$

۳۸- چگالی طیف توان فرآیند گوسی پیوسته یا میانگین صفر  $X(t)$ ، به صورت زیر است:

$$S_X(\omega) = \frac{4\omega^2}{(1+\omega^2)(4+\omega^2)}$$

از این فرآیند با نرخ  $\frac{1}{T}$  نمونه‌برداری می‌شود تا فرآیند گسسته  $X[n]$  تولید شود. کدام یک از گزینه‌های زیر نشان دهنده

تابع چگالی مرتبه یک این فرآیند گسسته است؟ (تبدیل فوری تابع  $e^{-\alpha|t|}$  برای  $\alpha > 0$  برابر  $\frac{2\alpha}{\omega^2 + \alpha^2}$  می‌باشد.)

$$f_{X[n]}(x) = \frac{1}{\sqrt{\frac{2\pi}{3}}} \exp\left(-\frac{2x^2}{2}\right) \quad (۲)$$

$$f_{X[n]}(x) = \frac{1}{\sqrt{\frac{4\pi}{3}}} \exp\left(-\frac{2x^2}{4}\right) \quad (۱)$$

$$f_{X[n]}(x) = \frac{1}{\sqrt{\frac{2\pi}{3}}} \exp\left(-\frac{2x^2}{2}\right) \quad (۴)$$

$$f_{X[n]}(x) = \frac{1}{\sqrt{\frac{4\pi}{3}}} \exp\left(-\frac{2x^2}{4}\right) \quad (۳)$$

۳۹- کدام یک از عبارات زیر نادرست است؟

(۱) اگر  $X(t)$  یک فرآیند WSS باشد، فرآیند  $Y(t) = \int X(t') dt'$ ، الزاماً یک فرآیند WSS نیست.

(۲) اگر  $X(t)$  یک فرآیند WSS باشد، فرآیند  $Y(t) = \frac{dX(t)}{dt}$ ، الزاماً یک فرآیند WSS است.

(۳) اگر  $X(t)$  یک فرآیند SSS باشد، فرآیند  $Y(t) = (X(t))^2$ ، الزاماً یک فرآیند SSS است.

(۴) اگر برای فرآیند  $X(t)$  میانگین  $\mu$  و تابع کوواریانس  $C(\tau)$  داشته باشیم:

$$f_X(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi C(0)}} \exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2C(0)}\right)$$

این فرآیند الزاماً نرمال است.

۴۰- اگر  $X(t)$  یک فرآیند حقیقی ایستاد با طیف  $S_X(\omega) = \begin{cases} 1 & |\omega| \leq 2\pi \\ 0 & |\omega| > 2\pi \end{cases}$  و  $Z(t) = X(t) - Y(t)$  باشد، مقدار  $E\{Z(t)^2\}$  کدام است؟

$$Y(t) = \frac{d}{dt} X(t)$$

$$\frac{8}{3}\pi^2 + 2 \quad (۲)$$

$$\frac{4}{3}\pi^2 + 1 \quad (۱)$$

$$\frac{16}{3}\pi^2 + 4 \quad (۴)$$

$$\frac{2}{3}\pi^2 + 5 \quad (۳)$$

۴۱- فرآیند ایستاد  $X[n]$  با چگالی طیفی توان  $S_X(\omega) = \frac{1}{5-4\cos(\omega)}$  را در نظر بگیرید. می‌خواهیم این فرآیند را توسط

فیلتر  $H(z)$  به فرآیند  $W[n]$  با متوسط صفر واریانس واحد تبدیل کنیم. تابع تبدیل فیلتر  $H(z)$  کدام است؟

$$H(z) = 2z^{-1} - 1 \quad (۲) \quad H(z) = z^{-1} - 2 \quad (۱)$$

$$H(z) = 1 - 2z^{-1} \quad (۴) \quad H(z) = 2 - z^{-1} \quad (۳)$$

۴۲- کدام یک از عبارات زیر، صحیح است؟

(۱) در بسط Karhunen-Loève یک فرآیند تصادفی، ضرایب بسط مستقل از یکدیگر هستند.

(۲) اگر فرآیندی نرمال، ارگادیک در میانگین و ارگادیک در همبستگی باشد، الزاماً ارگادیک در توزیع نیست.

(۳) فرآیند  $ARMA(M, N)$  به ازاء مقادیر محدود و معین  $M$  و  $N$  معادل فرآیند  $MA(M')$  به ازاء مقدار محدود معین  $M'$  می‌باشد.

(۴) فرآیند  $X(t)$  با متوسط صفر و تابع خود بستگی محدود  $R_X(\tau) = 0$ ، برای  $|\tau| > 10$  فرآیندی ارگادیک در میانگین است.

۴۳- فرض کنید فرآیندهای تصادفی  $Z(t)$  و  $W(t)$  به صورت  $Z(t) = X(t) + Y(t)$  و  $W(t) = X(t) - Y(t)$  تعریف شوند. اگر  $X(t)$  و  $Y(t)$  دو فرآیند تصادفی توأمأً گاوسی با میانگین یکسان  $m$  (غیر صفر)، تابع همبستگی یکسان  $R(\tau)$  و تابع همبستگی متقابل  $R_{XY}(\tau) = 0$  باشند. کدام یک از عبارات زیر نادرست است؟

- (۱)  $Z(t)$  و  $W(t)$  هر دو ایستادن هستند.  
 (۲)  $Z(t)$  و  $W(t)$  مستقل از یکدیگر هستند.  
 (۳)  $Z(t)$  و  $W(t)$  دو فرآیند توأمأً گاوسی هستند.  
 (۴)  $X(t)$  و  $Y(t)$  مستقل از یکدیگر هستند.

۴۴- فرض کنید  $X[n]$  یک فرآیند تصادفی گسسته ایستادن و با طیف  $S_X(\omega) = 1,25 + \cos(\omega)$  باشد، در مورد این فرآیند کدام گزینه صحیح است؟

- (۱)  $X[n]$  فرآیندی AR با مرتبه محدود است.  
 (۲)  $X[n]$  فرآیندی MA با مرتبه محدود است.  
 (۳)  $X[n]$  فرآیندی ARMA با مرتبه محدود است.  
 (۴) هیچکدام

۴۵- فرض کنید  $X(t)$  یک فرآیند ایستادن با تابع خود همبستگی  $R_X(\tau) = e^{-|\tau|}$  باشد و بخواهیم مقدار فرآیند در لحظه  $t + 0,5$  یعنی  $X(t + 0,5)$  را برحسب مقدار فرآیند در لحظه  $t$  و  $t - 0,5$  یعنی  $X(t)$  و  $X(t - 0,5)$  با معیار حداقل مربع خط به طور خطی پیشگویی کنیم. حداقل میانگین مربع خطا چقدر خواهد بود؟

- (۱)  $\frac{1}{16}$   
 (۲)  $\frac{1}{4}$   
 (۳)  $\frac{3}{4}$   
 (۴)  $\frac{15}{16}$

منابع آزمون دکتری  
[www.doktora.ir](http://www.doktora.ir)

سنجش تکمیلی امیر کبیر  
[www.sanjeshEtakmili.com](http://www.sanjeshEtakmili.com)

خودآموز زبان عمومی و تافل

سنجش تکمیلی امیر کبیر:  
خودآموز صوتی تصویری زبان  
عمومی ویژه داوطلبان آزمون  
دکتری و ارشد  
و  
خودآموز صوتی تصویری زبان  
تافل ویژه داوطلبان آزمون  
دکتری  
را ارائه می دهد

بسته های آموزشی

سنجش تکمیلی امیر کبیر:  
بسته های آموزشی ویژه آزمون  
دکتری، کارشناسی ارشد و  
کاردانی به کارشناسی  
سراسری، آزاد، وزارت  
بهداشت  
را ارائه می نماید

آزمون های آزمایشی

سنجش تکمیلی امیر کبیر:  
آزمون آزمایشی ویژه آزمون  
دکتری و کارشناسی ارشد  
مکاتبه ای و آنلاین (اینترنتی)  
برگزار می کند

دکتری سراسری	۴ مرحله
ارشد سراسری	۸ مرحله
ارشد آزاد	۴ مرحله

جهت مشاهده جزئیات، **بسته های آموزشی** آزمون دکتری، کارشناسی ارشد و کاردانی به کارشناسی و **خودآموز زبان عمومی و تافل** و **بسته آموزشی نحوه نگارش مقالات علمی و ISI**، به سایت سنجش تکمیلی دات کام مراجعه نمایید.  
جهت مشاهده جزئیات **آزمون های آزمایشی** آزمون دکتری و کارشناسی ارشد به سایت سنجش آزمون دات کام مراجعه نمایید.

[www.sanjeshEtakmili.com](http://www.sanjeshEtakmili.com)

تلفن: ۴۴۰۴۴۶۸۱ و ۴۴۰۱۶۸۹۸-۹