

(۱) گزینه (۲) صحیح است.

$$\Delta(s) = 1 + K \frac{s+4}{s^2(s+a)}$$

متن سؤال اینست که مکان صندیس سیستم فوق نقطه شکست مضاعف داشته باشد:

$$L(s) = \frac{s+4}{s^2(s+a)} \rightarrow \frac{dL(s)}{ds} = 0 \rightarrow s^3 + as^2 - 3s^3 - (12+2a)s^2 - 8as = 0$$

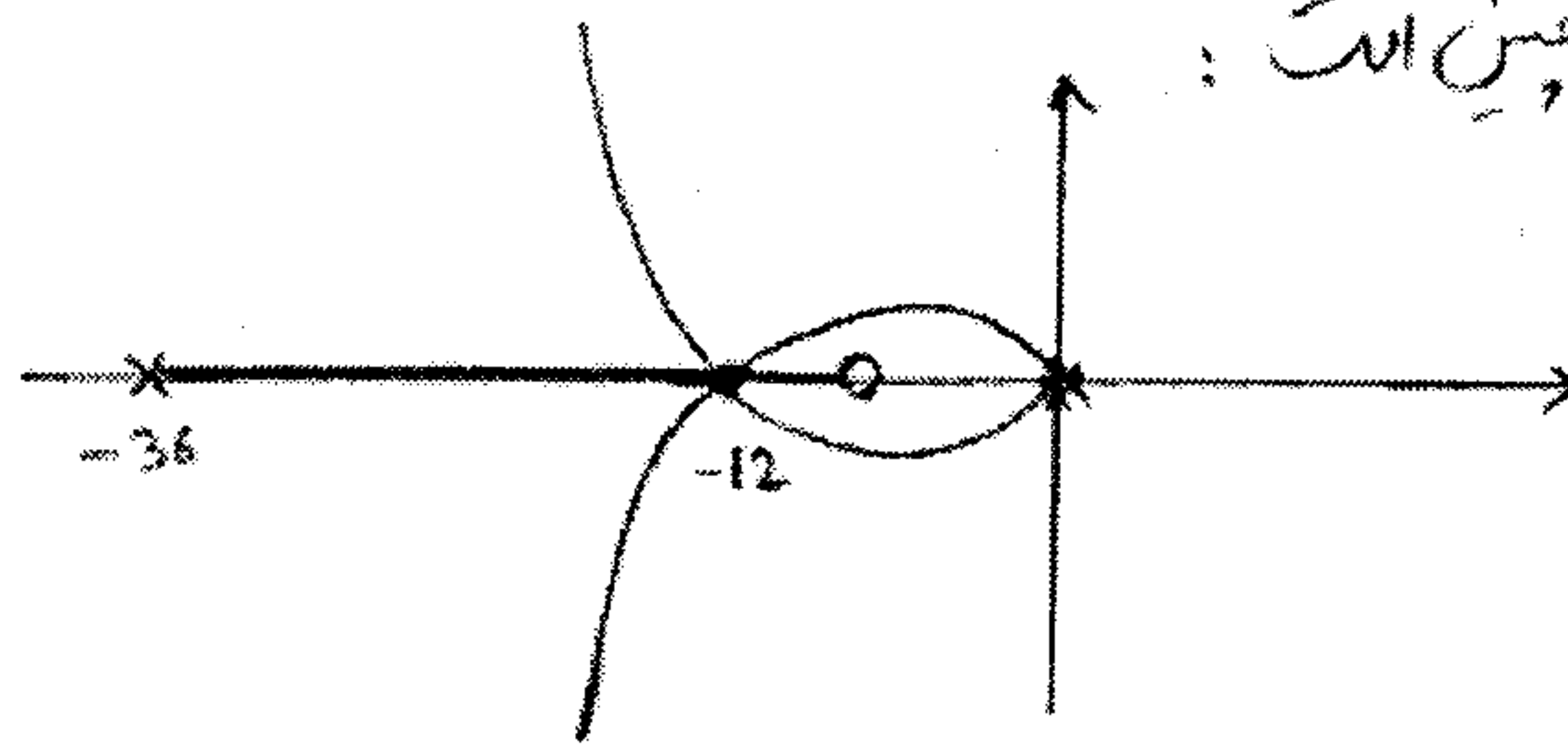
$$\rightarrow 2s^3 + (a+12)s^2 + 8as = 0 \rightarrow s(2s^2 + (a+12)s + 8a) = 0$$

a را باید طوری تعیین کنیم که این معادله مرتبه دوم ریشه مضاعف داشته باشد:

$$\Delta' = \left(\frac{a}{2} + 6\right)^2 - 16a = 0 \rightarrow \frac{a^2}{4} + 6a + 36 - 16a = 0 \rightarrow \frac{a^2}{4} - 10a + 36 = 0$$

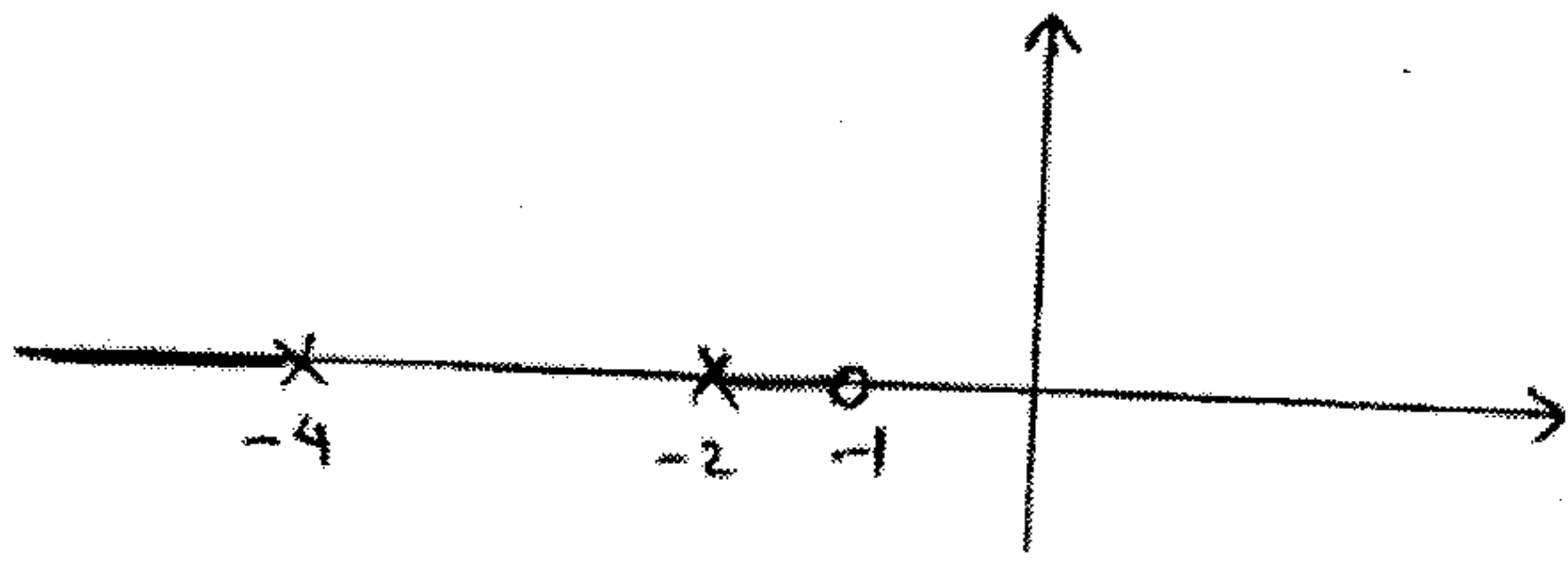
$$\rightarrow \frac{5 \pm \sqrt{25-9}}{1/4} = \begin{cases} 21 & \text{ریشه} \\ 36 & \text{ریشه} \end{cases}$$

به ازای a=36 مکان ریشه ها چنین است:

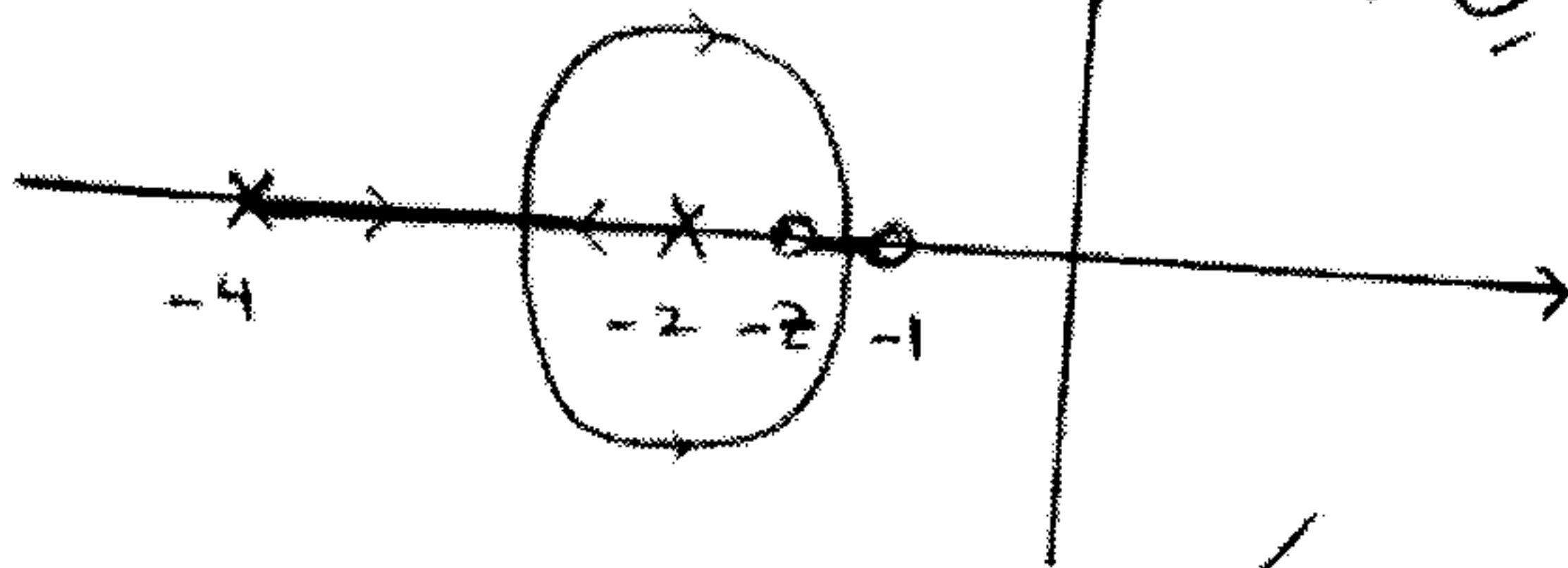


(2) گزینه (1) صحیح است.

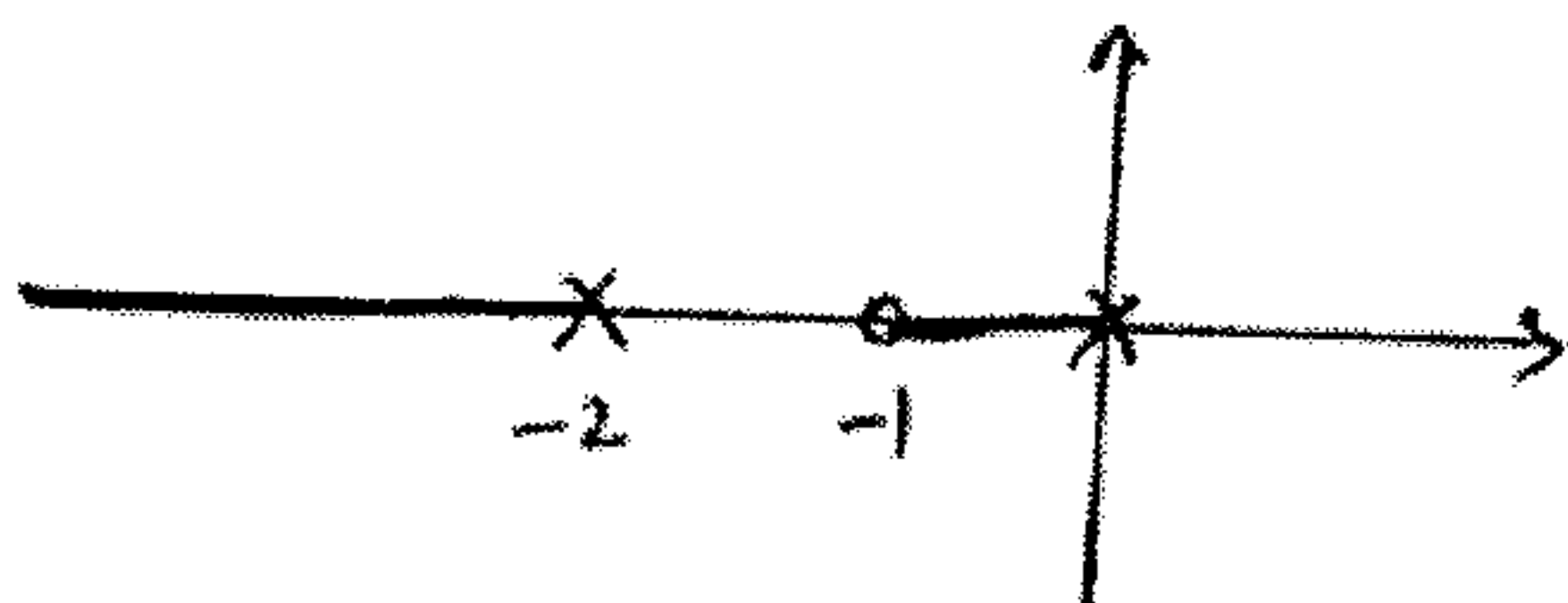
مکان صفر سیستم a :



با افزودن صفر $-2 < z < -1$ مکان صفر جابجایی می‌شود:



ملاحظه می‌شود که این سیستم قطب معاف دارد. (نقطه شکست دارد)



مکان صفر سیستم b :

ملاحظه می‌شود با افزودن صفر حقیقی در $-\infty < z < -\infty$ صلبه نقطه شکست تفاوت

دارد.

(3) گزینه (2) صحیح است.

یعنی باید نقطه روی مکان ریشه باشد و برای قرارگیری نقطه روی مکان ریشه باید شرط زاویه برای آن رعایت شود:

$$\angle (s+z_1) \Big|_{s=-2+j4} - \angle (s+p_1) \Big|_{s=-2+j4} = -180^\circ$$

$$\angle (-2+a+j4) - \angle (-2+b+j4) - 2\angle (j4) - \angle (3+j4) = -180^\circ$$

$$\tan^{-1} \frac{4}{a-2} - \tan^{-1} \frac{4}{b-2} - 2(90^\circ) - 53^\circ = -180^\circ$$

$$\tan^{-1} \frac{4}{a-2} - \tan^{-1} \frac{4}{b-2} = 53^\circ$$

مقدار مثبت زاویه نمایانگر اینست که صفر مجهول از قطب مجهول به محور موهومی نزدیکتر است یعنی $a > b$ یا باید پس گزینه 1 و 3 غلط است.
لذا در گزینه های 2 و 4 بینیم که $a=2$ یا باید پس:

$$\tan^{-1} \frac{4}{0} - \tan^{-1} \frac{4}{b-2} = 53^\circ \rightarrow \tan^{-1} \frac{4}{b-2} = 90^\circ - 53^\circ = 37^\circ$$

$$\frac{4}{b-2} = \frac{3}{4} \rightarrow b-2 = \frac{16}{3} \rightarrow b = \frac{22}{3}$$

(۴) گزینه (۴) صحیح است.

گزینه های الف و ج به دلیل عدم تعادل نسبت به محور مختصات، نمی توانند مکان صدسی را مشخص کنند.

گزینه ب نیز نمی تواند مکان صدسی باشد چون درجه نسبی سیستم $r=2$ است پس زاویه میانه ها به صورت شکل نسبت

اگر $k > 0$ باشد زاویه میانه $\pm \frac{\pi}{2}$ می باشد و اگر $k < 0$ باشد زاویه میانه ها

π می باشد که در شکل ب می کدام از این ها نیست.

با آرزوی موفقیت، سلیمانی